

# Теория вероятностей

**Лектор:** доцент Яровая Елена Борисовна

## Программа курса:

### 1. Вероятностная модель эксперимента с конечным числом исходов

- 1.1. Пространство элементарных событий с конечным числом исходов. Примеры
- 1.2. События. Операции над событиями. Вероятности событий, их простейшие свойства. Формула для вычисления вероятности объединения конечного числа событий. Классическое определение вероятностей
- 1.3. Условные вероятности. Свойства условных вероятностей. Формула произведения вероятностей
- 1.4. Разбиение вероятностного пространства. Формула полной вероятности и теорема Байеса
- 1.5. Независимость событий. Примеры

### 2. Случайные величины, заданные на дискретном вероятностном пространстве

- 2.1. Дискретное вероятностное пространство. Определение случайной величины, заданной на дискретном вероятностном пространстве. Распределение дискретной случайной величины
- 2.2. Примеры дискретных распределений. Распределение Бернулли, Пуассона
- 2.3. Определение математического ожидания дискретной случайной величины. Формула для подсчета математического ожидания
- 2.4. Свойства математического ожидания
- 2.5. Дисперсия. Ковариация. Свойства дисперсии
- 2.6. Индикаторы событий
- 2.7. Независимость дискретных случайных величин
- 2.8. Математическое ожидание произведения независимых случайных величин
- 2.9. Некоррелированность. Коэффициент корреляции как мера линейной зависимости случайных величин. Соотношение между некоррелированностью и независимостью
- 2.10. Дисперсия суммы. Случай независимых слагаемых

2.11. Распределение суммы независимых целочисленных случайных величин. Биномиальное распределение

2.12. Неравенства Чебышева

2.13. Закон больших чисел в форме Чебышева

2.14. Закон больших чисел в форме Бернулли

2.15. Формула Стирлинга. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Формулировка интегральной теоремы Муавра-Лапласа

2.16. Предельная теорема Пуассона

### 3. Случайные величины (общий случай)

3.1. Общее определение вероятностного пространства. Функция распределения непрерывной случайной величины. Свойства

3.2. Абсолютно непрерывные случайные величины. Плотность

3.3. Непрерывные распределения. Примеры

- i. Равномерное распределение
- ii. Экспоненциальное распределение
- iii. Нормальное (гауссовское) распределение
- iv. Распределения, связанные с нормальным: распределение  $\chi^2$ , Стьюдента,  $F$  - распределение, логарифмически-нормальное распределение

3.4. Формулы для математического ожидания и дисперсии абсолютно непрерывной случайной величины

3.5. Характеристики распределения: математическое ожидание, дисперсия, медиана, мода, асимметрия, эксцесс, моменты, квантили

3.6. Характеристики распределения гауссовской случайной величины. Правило "трех сигм"

### 4. Предельные законы теории вероятностей

4.1. Характеристические функции. Характеристическая функция суммы независимых одинаково распределенных бернуллиевских случайных величин. Характеристическая функция распределения Пуассона

4.2. Закон больших чисел в форме Хинчина

4.3. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин

4.4. Условие Линдберга. Формулировка центральной предельной теоремы для независимых случайных величин. Оценка Берри-Эссена о скорости сходимости в центральной предельной теореме (без доказательства)

4.5. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа как следствие ЦПТ

4.6. Сходимость с вероятностью единица. Формулировка усиленного закона больших чисел}

4.7. Преобразования случайных величин. Примеры

## **5. Совместное распределение случайных величин**

5.1. Совместная функция распределения случайных величин. Совместная плотность. Формула для подсчета вероятности попадания в область

5.2. Математическое ожидание функции от нескольких случайных величин

5.3. Независимые случайные величины (общий случай). Вид совместной функции распределения и совместной плотности

5.4. Математическое ожидание произведения независимых случайных величин

5.6. Формула свертки

5.7. Многомерное нормальное распределение

5.8. Полиномиальное распределение

## **6. Цепи Маркова**

6.1. Определение цепи Маркова

6.2. Пример однородной цепи Маркова

6.3. Марковское свойство

6.4. Модель Эренфестов

## **7. Марковские ветвящиеся процессы с одним типом частиц**